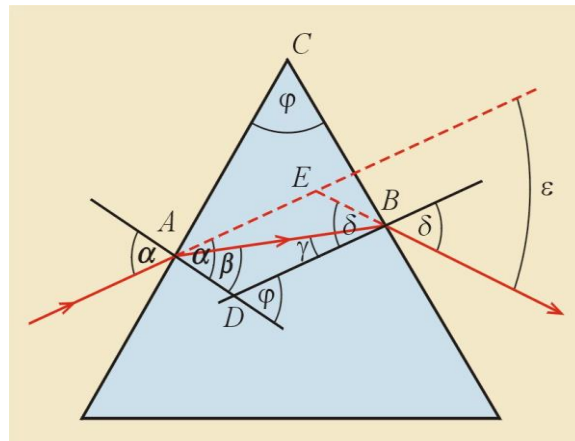


Problem komputerowy Nr 3.8.10 „Przejsięcie światła przez pryzmat - cz. I”

I. Z pracowni fizycznej.

1. Przejsięcie światła przez pryzmat. Kąt odchylenia.

W paragrafie 8.10 trzeciego tomu e-podręcznika opisano bieg światła monochromatycznego w pryzmacie. Przeczytaj raz jeszcze o przebiegu doświadczenia pokazowego z pryzmatem. Przypomnij sobie także rysunek, zastosowane tam oznaczenia i wyprowadzenie związku pomiędzy kątem padania światła na ściankę pryzmatu α a kątem odchylenia tej wiązki od pierwotnego kierunku ε . Związek ten zawiera dwa parametry opisujące cechy pryzmatu: jego kąt łamiący φ i jego współczynnik załamania światła n .



Rys. 1. Bieg światła przez pryzmat

$$\varepsilon = (\alpha + \delta) - \varphi \quad (1)$$

By zobaczyć zależność od współczynnika załamania, związek ten trzeba przekształcić. Kąt załamania światła przy wyjściu z pryzmatu - δ - zależy od kąta padania α , a także od φ i od n . Okaze się, że wyeliminowanie kąta δ ze wzoru (1) znacznie skomplikuje postać zależności $\varepsilon(\alpha)$, wprowadzając do niej funkcję odwrotną do funkcji sinus, o której mogło nie być mowy na lekcjach matematyki.

2. Funkcja „arcussinus”.

Jeśli ograniczymy dziedzinę funkcji sinus do kątów z przedziału $\langle -\pi/2; \pi/2 \rangle$ (inaczej mówiąc: $\langle -90^\circ; 90^\circ \rangle$), to funkcja ta będzie różnowartościowa. Wiadomo więc, że każdemu kątowi z tego przedziału odpowiada jedna wartość funkcji sinus z przedziału $\langle -1; 1 \rangle$. Oznacza to również, że zagadnienie odwrotne, czyli „co to za kąt, którego sinus wynosi tyle to a tyle?”, też ma jednoznaczną odpowiedź.

Tak więc istnieje funkcja odwrotna do funkcji sinus (z dziedziną $\langle -\pi/2; \pi/2 \rangle$) - nazywa się „arcussinus”, oznaczana jest symbolem „arcsin” lub „ \sin^{-1} ” a w aplikacjach informatycznych często używane jest oznaczenie „asin”. Argumentem funkcji arcsin są liczby z przedziału $\langle -1; 1 \rangle$ a zbiorem wartości są kąty (wyrażone w radianach!) z przedziału $\langle -\pi/2; \pi/2 \rangle$. Obowiązuje równoważność:

$$\alpha = \arcsin(u) \Leftrightarrow u = \sin(\alpha) \quad (2)$$

Oto przykład: wiadomo, że $\sin(\pi/6) = 0,5$ [$\sin(30^\circ) = 1/2$]. Wobec tego, $\arcsin(0,5) = \pi/6$. Wykonując ćwiczenie, zapoznasz się z wykresem funkcji arcsin.

Zwróć też uwagę, że ogromna większość aplikacji informatycznych przewiduje operowanie kątami wyrażonymi w radianach. Przypomnijmy, że miara kąta pełnego to 2π radianów. W związku z tym, pomiędzy miarami $\alpha_{[r]}$ i $\alpha_{[d]}$ tego samego kąta, wyrażonego, odpowiednio, w radianach i w stopniach, zachodzi proporcjonalny związek:

$$\frac{\alpha_{[r]}}{2\pi} = \frac{\alpha_{[d]}}{360^0},$$

z którego wynika, że:

$$\alpha_{[r]} = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha_{[d]}$$

Związek ten należy uwzględnić przy programowaniu arkusza, by umożliwić użytkownikowi podawanie i odczytywanie kątów w wygodnej dla niego mierze (w stopniach).

3. Zależność $\varepsilon(\alpha)$.

Występujący we wzorze (1) kąt δ (można wyrazić poprzez kąt γ z wykorzystaniem prawa Snella (§8.1 trzeciego tomu e-podręcznika):

$$\frac{\sin(\gamma)}{\sin(\delta)} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin(\delta) = n \cdot \sin(\gamma) \Rightarrow \delta = \arcsin(n \sin(\gamma)) \quad (3)$$

Zauważmy tu, że istnieje potrzeba sprawdzania, czy argument funkcji arcsin jest nie większy od jedności. W przeciwniej sytuacji następuje całkowite wewnętrzne odbicie (§8.1 trzeciego tomu e-podręcznika). Takie sprawdzenie należy przewidzieć w programie.

Kąt γ związany jest z kątem łamiącym φ oraz z kątem β (kąt załamania światła przy wejściu do pryzmatu):

$$\varphi = \beta + \gamma \Rightarrow \gamma = \varphi - \beta$$

Wzór (3) przybiera wtedy postać:

$$\delta = \arcsin(n \cdot \sin(\varphi - \beta)) \quad (4)$$

Wreszcie kąt β można wyrazić przez α - kąt padania światła na pryzmat:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{1}{n} \cdot \sin(\alpha) \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{1}{n} \cdot \sin(\alpha)\right)$$

Zauważmy, że w tym miejscu nie ma potrzeby sprawdzania, czy argument funkcji arcsin jest mniejszy od jedności - jest to niejako zagwarantowane poprzez fakt, że argument ten jest ilorazem liczby nie większej niż jeden ($\sin(\alpha)$) przez współczynnik załamania n , czyli liczbę nie mniejszą niż jeden.

Gdy uwzględnimy ten związek we wzorze (4) oraz przypomnimy sobie wzór (1), to ostatecznie uzyskamy jawną zależność kąta odchylenia ε od kąta padania α , z parametrami n oraz φ :

$$\varepsilon = \alpha - \varphi + \arcsin(n \cdot \sin(\varphi - \arcsin(\frac{1}{n} \cdot \sin(\alpha)))) \quad (5)$$

Zależność ta będzie przedmiotem komputerowej analizy.

II. W pracowni informatycznej.

cz. 1. Wykres funkcji $\alpha(u) = \arcsin(n \cdot u)$

- 1.1. W pustym arkuszu przygotuj komórkę na wprowadzanie wartości parametru n oraz czterokolumnową tabelę. Dopuść możliwość zmiany n w zakresie od $\frac{1}{2}$ do 2 (domyślnie $n = 1$). W pierwszej kolumnie tabeli wprowadź wartości zmiennej u w przedziale $<-1; +1>$, w krokach co 0,1. W drugiej kolumnie tabeli umieść wartości iloczynu $n \cdot u$. W trzeciej umieść wartości funkcji $\arcsin(n \cdot u)$, czyli α , wyrażone w radianach, zaś w ostatniej kolumnie te same wartości wyrażone w stopniach.

Przygotuj suwak do zmiany wartości zmiennej n , przy wpisywaniu formuł, pamiętaj o adresowaniu bezwzględnym.

	A	B	C	D	E	F
1						
2	n		u	n*u	arcsin(n*u) (rad)	arcsin(n*u) (deg)
3	1		-1			
4	10		-0,9			
5			-0,8			
6			-0,7			

	A	B	C	D	E	F
1						
2	n		u	n*u	arcsin(n*u) (rad)	arcsin(n*u) (deg)
3	1		-1	-1	-1,5707963	-90
4	10		-0,9	-0,9	-1,1197695	-64,1580672
5			-0,8	-0,8	-0,9272952	-53,1301024
6			-0,7	-0,7	-0,7753975	-44,427004
7			-0,6	-0,6	-0,6435011	-36,8698976
8			-0,5	-0,5	-0,5235988	-30
9			-0,4	-0,4	-0,4115168	-23,5781785
10			-0,3	-0,3	-0,3046927	-17,4576031
11			-0,2	-0,2	-0,2013579	-11,536959
12			-0,1	-0,1	-0,1001674	-5,73917048
13			0	0	0	0
14			0,1	0,1	0,10016742	5,73917048
15			0,2	0,2	0,20135792	11,536959
16			0,3	0,3	0,30469265	17,4576031
17			0,4	0,4	0,41151685	23,5781785
18			0,5	0,5	0,52359878	30
19			0,6	0,6	0,64350111	36,8698976
20			0,7	0,7	0,7753975	44,427004
21			0,8	0,8	0,92729522	53,1301024
22			0,9	0,9	1,11976951	64,1580672
23			1	1	1,57079633	90

- 1.2 Zaproponuj i zrealizuj sposób wyróżniania takiego zakresu zmiennej u , dla którego wartość iloczynu $n \cdot u$ mieści się będzie w przedziale $<-1; +1>$.
- 1.3 Sporządź wykres zależności $\alpha = \arcsin(n \cdot u)$ w dopuszczalnej dziedzinie funkcji \arcsin . Wykorzystaj opcję wykresu, za pomocą której punkty zostaną połączone możliwie gładką linią.

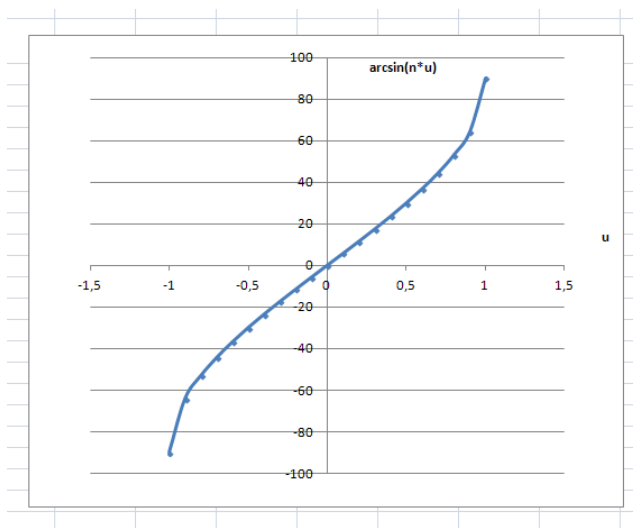


KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!

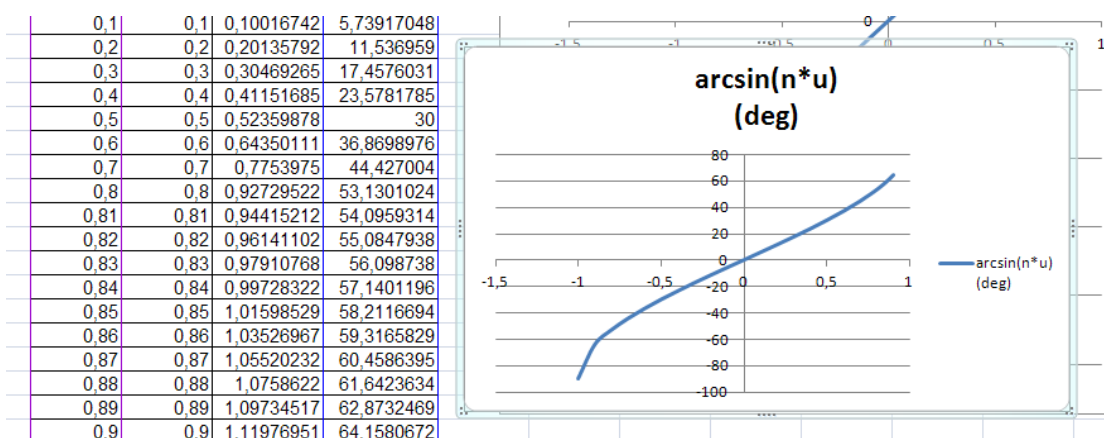


UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY





1.4 Zaproponuj i zrealizuj sposób uzupełnienia tabeli, by zapewnić bardziej gładki przebieg wykresu w okolicach jego największej stromizny.



1.5 Zbadaj wpływ zmiany wartości parametru n na przebieg wykresu, oddzielnie dla n z przedziału $<1; 2>$ i dla n z przedziału $<0,5; 1>$.

cz. 2. Zależność kąta odchylenia ε od kąta padania α .

2.1. W innym arkuszu przygotuj trzy komórki na wprowadzanie wartości parametrów n oraz φ (w stopniach i po przeliczeniu w radianach), opisujących właściwości pryzmatu. Dopuszczaj możliwość zmiany n w zakresie od 1 do 3 (domyślnie $n = 1,5$ - jest to typowo podawany współczynnik załamania szkła) oraz φ w zakresie od 1° do 60° (domyślnie $\varphi = 30^\circ$).

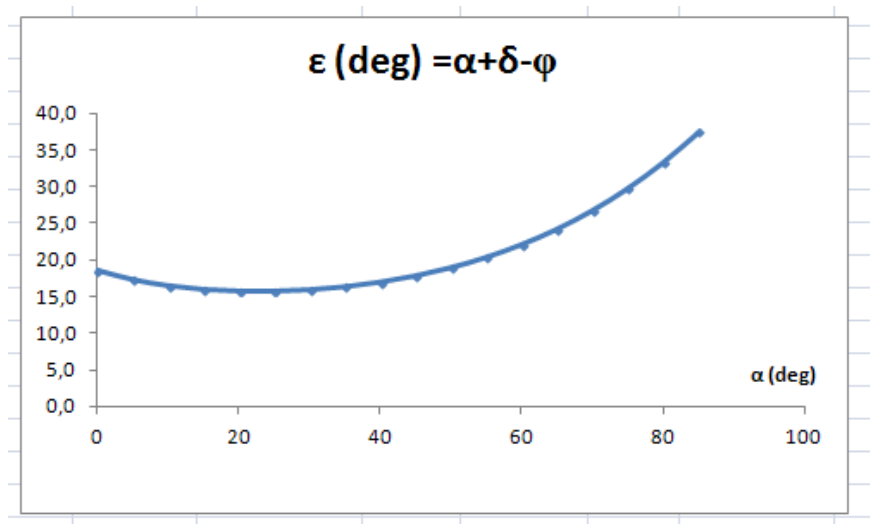
Przygotuj suwak do zmiany wartości n i φ .

2.2 Przygotuj tabelę, która będzie zawierała wartości liczbowe funkcji (5). W pierwszej kolumnie tabeli wprowadź wartości kąta α w przedziale $<0; 85^\circ>$, w krokach co 5° . Zdecyduj, czy wartości funkcji $\varepsilon(\alpha)$ wpiszesz od razu do następnej kolumny zgodnie ze wzorem (5), czy postanowisz zamieścić kolumny pomocnicze, zawierające wartości pozostałych kątów: β , γ i δ , z ewentualnym przeznaczeniem po dwie kolumny na każdy z kątów (dla jego miary w stopniach i w radianach). W każdym przypadku, w ostatniej kolumnie tabeli umieść wartości kąta odchylenia ε .

Pamiętaj o odpowiednim adresowaniu komórek.

n		α (deg)	α (rad)	β (rad) = $\arcsin(\sin(\alpha)/n)$	β (deg)	γ (deg) = $\varphi - \beta$	γ (rad)	δ (rad) = $\arcsin(n \cdot \sin \gamma)$	δ (deg)	ε (deg) = $\alpha + \delta - \varphi$
1,5		0	0,0000	0,0000	0,0	30,0	0,524	0,848	48,6	18,6
15		5	0,0873	0,0581	3,3	26,7	0,465	0,739	42,3	17,3
		10	0,1745	0,1160	6,6	23,4	0,408	0,637	36,5	16,5
		15	0,2618	0,1734	9,9	20,1	0,350	0,541	31,0	16,0
		20	0,3491	0,2300	13,2	16,8	0,294	0,449	25,7	15,7
fi		25	0,4363	0,2856	16,4	13,6	0,238	0,361	20,7	15,7
30		30	0,5236	0,3398	19,5	10,5	0,184	0,278	15,9	15,9
		35	0,6109	0,3924	22,5	7,5	0,131	0,198	11,3	16,3
		40	0,6981	0,4429	25,4	4,6	0,081	0,121	6,9	16,9
		45	0,7854	0,4909	28,1	1,9	0,033	0,049	2,8	17,8
		50	0,8727	0,5360	30,7	-0,7	-0,012	-0,019	-1,1	18,9
		55	0,9599	0,5777	33,1	-3,1	-0,054	-0,081	-4,7	20,3
		60	1,0472	0,6155	35,3	-5,3	-0,092	-0,138	-7,9	22,1
		65	1,1345	0,6488	37,2	-7,2	-0,125	-0,188	-10,8	24,2
		70	1,2217	0,6770	38,8	-8,8	-0,153	-0,231	-13,3	26,7
		75	1,3090	0,6997	40,1	-10,1	-0,176	-0,266	-15,2	29,8
		80	1,3963	0,7162	41,0	-11,0	-0,193	-0,291	-16,7	33,3
		85	1,4835	0,7263	41,6	-11,6	-0,203	-0,307	-17,6	37,4

2.3 Sporządź wykres zależności $\varepsilon(\alpha)$. Wykorzystaj opcję wykresu, za pomocą której punkty zostaną połączone możliwie gładką linią.



2.4 Zinterpretuj pojawiające się ujemne wartości kątów γ i δ - naskicuj bieg światła w pryzmacie w takich warunkach. Czym różni się w takiej sytuacji Twój szkic od rys. 1?

2.5 Zbadaj wpływ zmiany wartości parametru n na przebieg wykresu. Przekonaj się, że istnieją wartości n , przy których na wyjściu z pryzmatu następuje zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Zweryfikuj następujące dwie hipotezy:

„Im większy współczynnik załamania pryzmatu, tym większemu odchyleniu ulega w nim światło”.

„Im większy współczynnik załamania pryzmatu, tym kąt minimalnego odchylenia przypada na coraz to większe kąty padania alfa”.

2.6 Zbadaj wpływ zmiany wartości parametru φ na przebieg wykresu. Przekonaj się, że istnieją wartości φ , przy których na wyjściu z pryzmatu następuje zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Zweryfikuj następujące dwie hipotezy:

„Im większy kąt łamiący pryzmatu, tym większemu odchyleniu ulega w nim światło”.



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



„Im większy kąt łamiący pryzmatu, tym kąt minimalnego odchylenia przypada na coraz to większe kąty padania α ”.

III. Do pracowni fizycznej.

1. Wykorzystaj arkusz z części 1. do zademonstrowania znanego przybliżenia $\sin(x) \approx x$. Uzupełnij przy tym odpowiednio tabelę oraz wykres.
2. Wykorzystaj drugi arkusz do rozwiązywania następujących problemów.
 - 2.1 Jaki kąt α zapewnia minimalne odchylenie ε ? Zbadaj, czy w tej sytuacji $\beta = \gamma$ i $\alpha = \delta$ tak, jak przewiduje to opis doświadczenia pokazowego w §8.10.
 - 2.2 Jaki kąt α zapewni $\gamma = 0$?
 - 2.3 Jaki zakres kątów α spowoduje, że kąt γ przekroczy wartość kąta granicznego całkowitego wewnętrznego odbicia?
 - 2.4 Zinterpretuj możliwość nastawienia kąta padania $\alpha < 0$. Naszkicuj bieg światła w pryzmacie w takich warunkach. Czym różni się w takiej sytuacji Twój szkic od rys. 1? Uzupełnij tabelę oraz wykres tak, by zilustrować taką sytuację. Rozstrzygnij, czy jest możliwe, by światło nie trafiło na przeciwległą ścianę pryzmatu.

Wskazówki, rozwiązania, komentarze

Zad. 1.

W niektórych problemach fizycznych, dla uproszczenia rozważań, zastępujemy sinus kąta wartością tego kąta wyrażonego w radianach. Wykorzystujemy wtedy fakt, że zachodzi przybliżona równość:

$$\sin(x) \approx x$$

Przybliżenie to jest tym lepsze, im mniejszy jest sam kąt (oznaczony tu symbolem x). Wykorzystamy teraz arkusz kalkulacyjny, aby zademonstrować to przybliżenie i określić, na ile jest ono dokładne. Zbudujemy tabelę, w której ograniczymy kąty x do 30° .

x [deg]	x [rad]	sinx	(x-sinx)/x
0,0	0,000000	0,000000	-
0,5	0,008727	0,008727	0,001%
1,0	0,017453	0,017452	0,005%
1,5	0,026180	0,026177	0,011%
2,0	0,034907	0,034899	0,020%
2,5	0,043633	0,043619	0,032%
3,0	0,052360	0,052336	0,046%
3,5	0,061087	0,061049	0,062%
4,0	0,069813	0,069756	0,081%
4,5	0,078540	0,078459	0,103%
5,0	0,087266	0,087156	0,127%
6,0	0,104720	0,104528	0,183%
7,0	0,122173	0,121869	0,249%
8,0	0,139626	0,139173	0,325%
9,0	0,157080	0,156434	0,411%
10,0	0,174533	0,173648	0,507%
12,0	0,209440	0,207912	0,729%



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

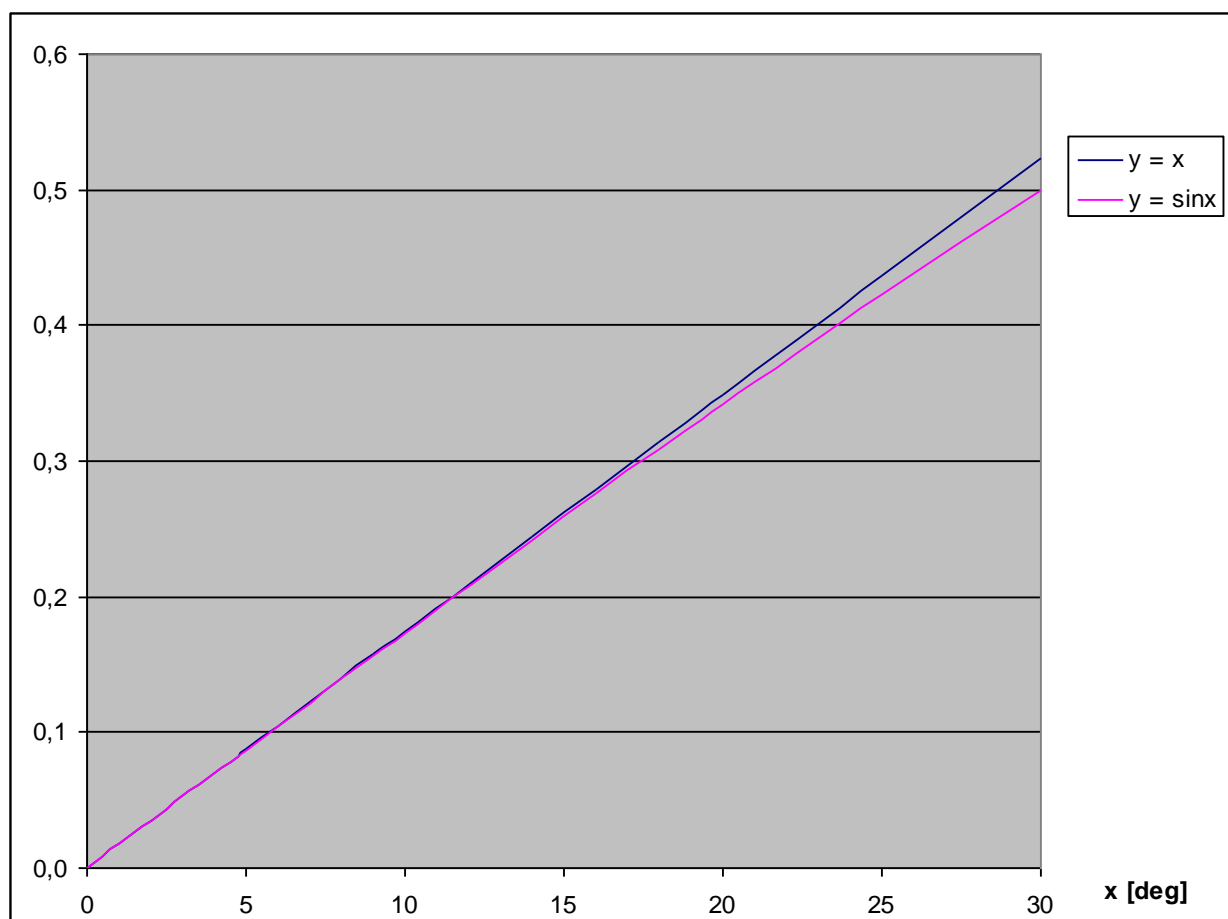


14,0	0,244346	0,241922	0,992%
16,0	0,279253	0,275637	1,295%
18,0	0,314159	0,309017	1,637%
20,0	0,349066	0,342020	2,018%
25,0	0,436332	0,422618	3,143%
30,0	0,523599	0,500000	4,507%

W ostatniej kolumnie tabeli pokazaliśmy odchylenie pomiędzy wartością kąta x a wartością jego sinusa, odniesione do wartości kąta i wyrażone w procentach. Pozwoli nam to określić dokładność przybliżenia.

Zauważmy, że dla kątów bardzo małych, rzędu jednego stopnia i mniej, dokładność przybliżenia jest lepsza niż jedna setna procenta, więc aż do piątego miejsca po przecinku. Dokładność lepszą niż jedna dziesiąta procenta utrzymujemy aż do $x = 4,5^\circ$. Równość z dokładnością do 1% jest spełniona nawet przy kątach rzędu 14° .

Poniższy wykres ilustruje graficznie omawiane przybliżenie. Pokazano na nim dwie linie, $y = x$ oraz $y = \sin x$, które z początku są praktycznie nierozróżnialne. W zadanej skali wykresu, dopiero dla $x > 10^\circ$ widać, że linie te przestają się pokrywać.



Zad. 2.1.

Gdy rozważamy zagadnienia związane z pryzmatem pojawia się 5 kątów i jeszcze współczynnik załamania. Zagadnienie to zostało omówione wyżej. Co ciekawe zmiana jednego

kąta ma wpływ na pozostałe. Zwróćmy uwagę, że możemy tak dobrać kąt padania α , aby kąt ε odchylenia promienia wychodzącego z pryzmatu był możliwie najmniejszy (oczywiście kąt łamiący φ pryzmatu i współczynnik załamania materiału z którego wykonano pryzmat pozostawiamy niezmiennione).

Zwróćmy uwagę, że w tabeli zapisanej w arkuszu minimalne odchylenie promienia zapewnia kąt $\alpha = 20^\circ$, a także $\alpha = 25^\circ$; odchylenie to wynosi $\varepsilon = 15,7^\circ$. Natomiast kąty β i γ oraz α i δ wprawdzie mają wartości bliskie, ale jednak wyraźnie się różniące.

α (deg)	α (rad)	β (rad) = $\arcsin(\sin(\alpha)/n)$	β (deg)	γ (deg) = $\varphi - \beta$	γ (rad)	δ (rad) = $\arcsin(n \cdot \sin \gamma)$	δ (deg)	ε (deg) = $\alpha + \delta - \varphi$
0	0,0000	0,0000	0,0	30,0	0,524	0,848	48,6	18,6
5	0,0873	0,0581	3,3	26,7	0,465	0,739	42,3	17,3
10	0,1745	0,1160	6,6	23,4	0,408	0,637	36,5	16,5
15	0,2618	0,1734	9,9	20,1	0,350	0,541	31,0	16,0
20	0,3491	0,2300	13,2	16,8	0,294	0,449	25,7	15,7
25	0,4363	0,2856	16,4	13,6	0,238	0,361	20,7	15,7
30	0,5236	0,3398	19,5	10,5	0,184	0,278	15,9	15,9
35	0,6109	0,3924	22,5	7,5	0,131	0,198	11,3	16,3
40	0,6981	0,4429	25,4	4,6	0,081	0,121	6,9	16,9

Oznacza to zapewne, że właściwe minimum odchylenia przypada na kąt pomiędzy 20° a 25° . Zmodyfikujmy więc nieco tabelę i wprowadźmy kąt $\alpha = 23,2^\circ$.

α (deg)	α (rad)	β (rad) = $\arcsin(\sin(\alpha)/n)$	β (deg)	γ (deg) = $\varphi - \beta$	γ (rad)	δ (rad) = $\arcsin(n \cdot \sin \gamma)$	δ (deg)	ε (deg) = $\alpha + \delta - \varphi$
0	0,0000	0,0000	0,0	30,0	0,524	0,848	48,6	18,6
5	0,0873	0,0581	3,3	26,7	0,465	0,739	42,3	17,3
10	0,1745	0,1160	6,6	23,4	0,408	0,637	36,5	16,5
15	0,2618	0,1734	9,9	20,1	0,350	0,541	31,0	16,0
20	0,3491	0,2300	13,2	16,8	0,294	0,449	25,7	15,7
23,2	0,4049	0,2657	15,2	14,8	0,258	0,393	22,5	15,7
30	0,5236	0,3398	19,5	10,5	0,184	0,278	15,9	15,9
35	0,6109	0,3924	22,5	7,5	0,131	0,198	11,3	16,3

Widzimy nadal różnice, ale są one już niewielkie. Tak postępując możemy szukać metodą prób i błędów takiego kąta α , przy którym wartości α i δ oraz β i γ osiągną wartości dowolnie bliskie.

Zad. 2.2.

Czy można znaleźć taką wartość kąta α aby kąt $\gamma = 0$? Tak; spójrzmy na tabelę i wprowadźmy drobniejszy podział kątów padania.



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



α (deg)	α (rad)	β (rad) = $\arcsin(\sin(\alpha)/n)$	β (deg)	γ (deg) = $\varphi - \beta$	γ (rad)	δ (rad) = $\arcsin(n \cdot \sin \gamma)$	δ (deg)	z (deg) = $\alpha + \delta - \varphi$
0	0,0000	0,0000	0,0	30,0	0,524	0,848	48,6	18,6
5	0,0873	0,0581	3,3	26,7	0,465	0,739	42,3	17,3
10	0,1745	0,1160	6,6	23,4	0,408	0,637	36,5	16,5
15	0,2618	0,1734	9,9	20,1	0,350	0,541	31,0	16,0
20	0,3491	0,2300	13,2	16,8	0,294	0,449	25,7	15,7
23,2	0,4049	0,2657	15,2	14,8	0,258	0,393	22,5	15,7
30	0,5236	0,3398	19,5	10,5	0,184	0,278	15,9	15,9
35	0,6109	0,3924	22,5	7,5	0,131	0,198	11,3	16,3
40	0,6981	0,4429	25,4	4,6	0,081	0,121	6,9	16,9
48,55	0,8474	0,5232	30,0	0,0	0,000	0,001	0,0	18,6
50	0,8727	0,5360	30,7	-0,7	-0,012	-0,019	-1,1	18,9

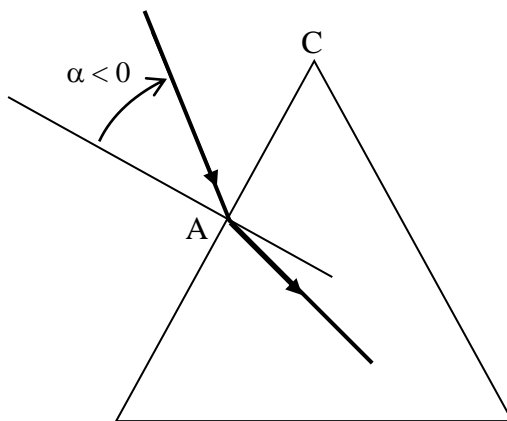
Dla kąta $\alpha = 48,55^\circ$ kąt $\gamma = 0^\circ$. A co oznacza taka sytuacja? Otóż w takim przypadku promień światła wewnątrz pryzmatu będzie biec wzdłuż prostej prostopadłej do płaszczyzny na którą pada.

Zad. 2.3.

Ciekawym zjawiskiem jest zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia. Interesuje nas przypadek takiego odbicia wewnątrz pryzmatu, przy przechodzeniu przez ściankę CB (rys. 1.). Zadajmy pytanie pod jakim kątem β powinien padać promień aby to zjawisko zaszło to znaczy aby promień wychodzący załamywał się pod kątem $\delta = 90^\circ$. Oczywiście na wartość kąta β ma wpływ wartość kąta α . Wykorzystajmy arkusz kalkulacyjny aby przeanalizować tę sytuację.

α (deg)	α (rad)	β (rad) = $\arcsin(\sin(\alpha)/n)$	β (deg)	γ (deg) = $\varphi - \beta$	γ (rad)	δ (rad) = $\arcsin(n \cdot \sin \gamma)$	δ (deg)	z (deg) = $\alpha + \delta - \varphi$
-17,879	-0,3120	-0,2061	-11,8	41,8	0,730	1,570	89,9	42,1
5	0,0873	0,0581	3,3	26,7	0,465	0,739	42,3	17,3
10	0,1745	0,1160	6,6	23,4	0,408	0,637	36,5	16,5

Okazuje się, że kąt β powinien być ujemny, zatem kąt α także powinien być ujemny i mniejszy od ok. $-17,9^\circ$. Co to oznacza? Kąt padania $\alpha = 0$ oznaczałby promień padający wzdłuż normalnej do ścianki AC (rys. 1.), czyli wzdłuż linii AD. Kąty $\alpha < 0$ oznaczają padanie promienia jak na schemacie poniżej:



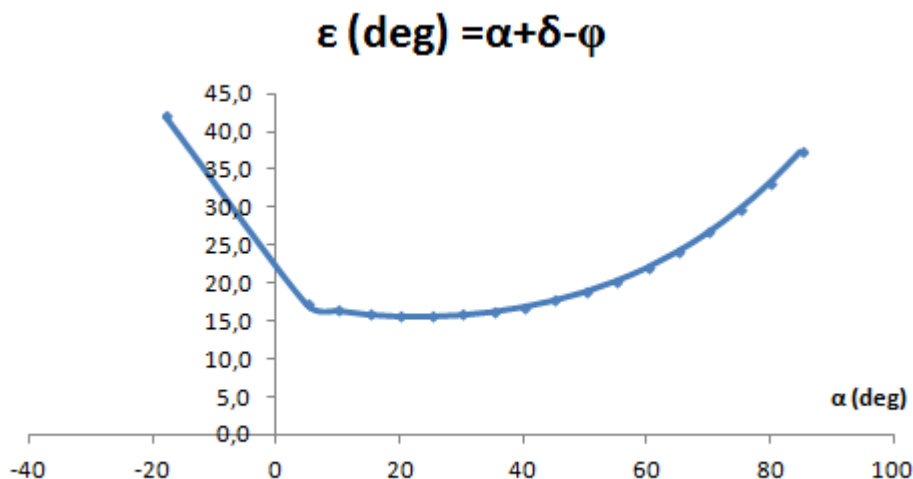
KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

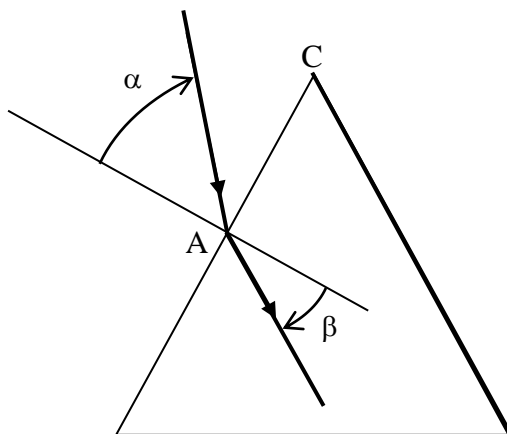


W takim przypadku wykres zależności $\varepsilon(\alpha)$ tak będzie wyglądać.



Zad. 2.4.

Na powyższym schemacie przedstawiono interpretację kątów padania $\alpha < 0$. Widać, że w takiej sytuacji można uzyskać kąt załamania β na tyle duży (co do wartości bezwzględnej!), że promień załamany będzie biegł równoległe do przeciwległej ścianki pryzmatu, zaznaczonej pogrubioną linią. Oznacza to, że kąt γ jest równy 90° . Przedstawiono to na kolejnym schemacie.



Kąty padania większe co do wartości bezwzględnej od kąta α przedstawionego na schemacie spowodują, że załamany promień nie trafi na przeciwległą ściankę.



KAPITAŁ LUDZKI
CZŁOWIEK – NAJLEPSZA INWESTYCJA!



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego